René Bartsch

Allgemeine Topologie I - Errata

25. Mai 2010, 11:00

S. 21 3. Zeile von unten: „... Axiomatik widersprüchlich ...“

S. 60 Lösungsvorschlag 2, Definition von g (Semikolon verrutscht):

$$g : X \to Y : g(x) := \begin{cases} f^{-1}(x) & ; \quad \text{falls } x \in f(X) \\ y_0 & ; \quad \text{sonst} \end{cases}$$

S. 88 Proposition 2.2.23 (1): „... ist genau dann ei**n** ...“

S. 101 Lösungsvorschlag 1, 1. Formelzeile:

$$\forall y \in U(x, \delta) : \forall a \in A : d(y, a) \le d(y, x) + d(x, a) \wedge d(x, a) \le d(y, x) + d(y, a)$$

S. 127 Proposition 4.2.6 (3): „... ein T_2-Raum ...“

S. 161 Zeile 2 der ersten Fußnote: „... daß κ unendlich viele ...“

S. 172 3. Zeile im Beweis von Satz 5.3.8: „$\forall i \in I : O_i \in \tau_i$ und für eine endliche Teilmenge I_2 von I zudem $\forall\ i \in I \setminus I_2 : O_i = X_i$ eine offene ...“

S. 177 Lemma 5.3.19 ist in der angegebenen Form falsch.
(Vielen Dank für den Hinweis an Herrn cand.math. *Karsten Evers* von der Uni Rostock!)
Richtig muß es lauten:

„**Lemma 5.3.19** Ist $\mathcal{E}$ eine innertopologische Eigenschaft und (X, τ) ein beliebiger topologischer Raum, so gilt $\mathcal{E}(X, \tau) \subseteq \mathcal{E}(X, \tau^{\mathcal{E}})$.
Beweis: Weil $\mathcal{E}$ innertopologisch ist, haben wir $A \in \mathcal{E}(X, \tau) \Rightarrow A \in \mathcal{E}(A, \tau_{|A})$, also $A \in \mathcal{E}(A, (\tau^{\mathcal{E}})_{|A})$ wegen $\tau_{|A} = (\tau^{\mathcal{E}})_{|A}$ und folglich $A \in \mathcal{E}(X, \tau^{\mathcal{E}})$. ■

D.h. innertopologische $\mathcal{E}$ sind im zweiten Argument τ monoton wachsend.
Daß die in der alten Fassung behauptete Gleichheit $\mathcal{E}(X, \tau) = \mathcal{E}(X, \tau^{\mathcal{E}})$ i.a. *nicht* gilt, kann man sich an einem simplen Beispiel überlegen:
$\mathcal{E}$ sei die Eigenschaft, „als Teilraum diskret“ zu sein. Die ist innertopologisch im Sinne der Definition. Nun sei X irgendeine mehrpunktige Menge und τ die indiskrete Topologie darauf. Dann sind die höchstens einpunktigen Teilmengen schon alle Teilmengen mit Eigenschaft $\mathcal{E}$ in X. Freilich ist der Schnitt *jeder* Teilmenge von X mit einer einpunktigen Teilmenge offen in der einpunktigen. Somit ist die $\mathcal{E}$-Erweiterung $\tau^{\mathcal{E}}$ die diskrete Topologie auf X - und plötzlich wimmelt es von Teilmengen mit der Eigenschaft $\mathcal{E}$.

Die Gleichheit $\mathcal{E}(X, \tau) = \mathcal{E}(X, \tau^{\mathcal{E}})$ gilt aber offenbar z.B. dann, wenn $\mathcal{E}$ im zweiten Argument monoton fallend ist, d.h. falls wir für alle Mengen X und Topologien $\tau \subseteq \sigma$ auf X stets $\mathcal{E}(X, \tau) \supseteq \mathcal{E}(X, \sigma)$ haben, wie das etwa bei Kompaktheit der Fall ist. Gleichwohl folgt aus $\mathcal{E}(X, \tau) = \mathcal{E}(X, \tau^{\mathcal{E}})$ noch nicht einmal, daß $\mathcal{E}$ innertopologisch ist: ...“

S. 188 2. Satz nach Definition 5.4.1: „... zu einem dichten Unterraum davon ist.“

S. 192	Lemma 5.4.6.(3), letzte Zeile: „... Spurtopologie auf $f(X) \subseteq \prod_{i\in I}(Y_i, \sigma_i)$“
S. 192	3. Zeile im Beweis von Lemma 5.4.6(3): „... eine offene Umgebung ...“
S. 193	„... gibt es zu je zwei verschiedenen Elementen $x_1, x_2 \in X$ ...“
S. 196	letzte Zeile im Absatz unter Aufgabe 14: „... Funktion $f : (0,1] \to [-1,1] : f(x) := \sin(\frac{1}{x})$ keine ...“
S. 216	3. Zeile im 3. Absatz von unten: „Abschlußfilter $\overline{[\alpha]}$ (siehe 2.2.14) des von ...“
S. 222	Beweis von Lemma 5.5.24: „Sei (X, τ) also voll T_4 ...“
S. 226	Satz nach Definition 5.5.34: „Durch jede Überdeckungs-Normalfolge ...“
S. 245	Semikolon zuviel in Zeile 11: „... Für ein beliebiges $j \in \{i \in I \mid x_i \neq a_i\}$ ...“
S. 249	1. Satz nach Definition 6.2.11: „... Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen mit ...“
S. 255	In der viertletzten Zeile des Beweises von Satz 6.3.8 muß statt L jeweils F stehen.