

René Bartsch

# Allgemeine Topologie - Errata

11. April 2017, 21:07

- (1) S. 2, Definition 1.1.1.(6): Die schließende Klammer ganz am Schluß ist einsam und überflüssig.

(2016-01-22-23:33)

- (2) S. 7, vorletzter Absatz: es sollte heißen „Eine Menge  $\mathfrak{F}$  von nichtleeren Teilmengen einer ...“.

(2016-03-06-22:01)

- (3) S. 22, vorletzte Zeile: Hausdorff'schen statt Hausdorffschen.

(2016-03-16-21:20)

- (4) S. 23, vorletzte Zeile im Absatz nach Aufgabe 2: Das Wort „vereinigte“ sollte gestrichen werden.

(2016-01-22-23:33)

- (5) S. 26, 5. Zeile im Beweis von Lemma 1.2.10(2): Da muß ein kleines  $s$  ganz schnell groß werden, denn es soll heißen „... weil ja  $a$  minimal in  $X \setminus S$  ist.“.

(2016-01-22-23:33)

- (6) S. 27, Lemma 1.2.12.: Die leere Menge legt sich mal wieder quer. Damit im Beweis nicht  $S_0 = \emptyset$  störend auftreten kann, sollte entweder

(a) kurz & bündig  $\emptyset \in \Sigma$  gefordert werden, oder

(b) das Lemma bei der Gelegenheit gleich etwas allgemeiner formuliert werden:

„Sei  $(X, \leq)$  eine nichtleere wohlgeordnete Menge und  $\Sigma \subseteq \mathcal{S}(X)$  eine nichtleere Familie von Schnitten, deren (wegen wegen 1.2.11 existierendes) minimales Element der Schnitt  $S_{min}$  sei, und für die

(1) Jede Vereinigung von Elementen von  $\Sigma$  ist wiederum Element von  $\Sigma$ .

(2) Aus  $X(a) \in \Sigma$  folgt stets  $X(a) \cup \{a\} \in \Sigma$ .

gelten. Dann ist  $\Sigma = \{S \in \mathcal{S}(X) \mid S_{min} \subseteq S\}$ , speziell also  $X \in \Sigma$ .“.

Natürlich muß dann auch der Beweis ein bißchen angepaßt werden.

(2016-04-07-21:36)

- (7) S. 27, 4. Zeile von unten: Es muß „ $f(w_0) \in \varphi(X_1)$ “ heißen statt „ $f(w_0) \in \varphi(W)$ “.

(2016-01-22-23:33)

- (8) S. 27, vorletzte Zeile: Es muß heißen „ $\varphi(w) \leq f(w) < f(w_0)$ “.  
(2016-01-22-23:33)
- (9) S.28, 5. Zeile im Beweis von Lemma 1.2.14:  $\varphi$  bildet natürlich nach  $Y$  ab, es muß also heißen  
„... ist daher die Abbildung  $\varphi : \bigcup_{S \in \Sigma'} S \rightarrow Y : \varphi(w) := \varphi_S(w), w \in S \in \Sigma'$  wohldefiniert ...“  
(2016-01-22-23:33)
- (10) S. 30, Satz 1.2.19: Es wurde bemerkt, daß der Begriff *Wohlordnung* für *echte Klassen* gar nicht explizit definiert wurde. Das stimmt. Aber: wo immer das möglich ist, soll ein im (ja noch „unaxiomatisch naiv“ aufgeschriebenen) Abschnitt 1.1 erklärter Begriff (wie etwa „Abbildung“, „Äquivalenzrelation“ oder „Wohlordnung“) auch als für Klassen erklärt gelten. Das ist im Anschluß an Axiom VI kurz erwähnt, sollte aber vielleicht nochmal ausdrücklicher & allgemeiner hingeschrieben werden.  
(2016-01-22-23:33)
- (11) S. 31, Beweis von Satz 1.2.20: Es könnte zum besseren Verständnis zusätzlich noch 1.2.16(3) (Elemente von Ordinalzahlen sind wiederum Ordinalzahlen) zitiert werden.  
(2016-01-22-23:33)
- (12) S. 36, 4. Zeile von unten im Beweis von Proposition 1.3.7.: es fehlt eine schließende Klammer in „... da sonst  $f(x_{n+1}) = x_n \in X_{n+1}$  folgte.“  
(2015-12-02-17:44, rb)
- (13) S. 36, Beweis von Lemma 1.3.8, vorletzte und letzte Zeile: Es muß heißen „... und auch  $k(a) = k(b)$ , somit für  $A := I^{-1}(k(a))$  nun  $i_A(a) = i_A(b)$ , was ...“.  
(2016-01-22-23:33)
- (14) S. 37, Beweis von Satz 1.3.9, Absatz beginnend mit „Wir wollen das Zorn'sche Lemma anwenden“, die abgesetzte Formel: Es muß
- $$T := \bigcup_{(S,s) \in \mathfrak{I}} S \quad \text{und} \quad t := \bigcup_{(S,s) \in \mathfrak{I}} s$$
- heißen.  
(2016-01-22-23:33)
- (15) S. 38, 6./7. Zeile: es muß heißen „... zu jeder der vollgeordneten Teilmengen ...“ - und das Wort „Existenz“ schreibt man natürlich mit **z** am Ende.  
(2016-01-22-23:33)
- (16) S. 38: in der letzten abgesetzten Formel im Beweis von 1.3.9. fehlt eine öffnende Klammer. Es muß

$$f : (M \cup M_1) \rightarrow (M \cup M_1) \times (M \cup M_1) : f(x) := \begin{cases} m(x) & ; \quad x \in M \\ b(x) & ; \quad x \in M_1 \end{cases}$$

heißen.

(2016-01-22-23:33)

- (17) S. 39, erste Zeile der Bemerkung nach Aufgabe 5: da fehlt ein „e“. Es muß heißen „... der nichtnegativen reellen ...“.

(2016-01-22-23:33)

- (18) S. 44, Ende vorletzte Zeile:

Es muß natürlich Durchschnitt heißen und nicht **Durschnitt**.

(2015-10-04-23:37)

- (19) S. 47, 2. Zeile in Abschnitt 1.4.2: Die Nennung von  $\psi \in \mathfrak{F}(Y)$  ist an der Stelle überflüssig. Da es im weiteren Verlauf auch um Urbilder von Filtern geht, hatte ich wohl prophylaktisch einfach schonmal einen Filter auf dem Bildraum der gegebenen Abbildung  $f : X \rightarrow Y$  mit erwähnen wollen.

(2016-03-05-23:32)

- (20) S. 48, 6. Zeile von unten: die hier zitierte Aussage 1.4.3 ist eigentlich ein **Korollar** und kein **Lemma**. Vielleicht sollte ich sie befördern ;-)

(2015-09-16-21:47)

- (21) S. 53, viertletzte Zeile im Beweis von Proposition 1.4.20: Es sollte auf Korollar 1.3.11 verwiesen werden statt auf 1.3.10.

(2016-03-05-23:32)

- (22) S. 58, Beispiel 2.1.2 (1), erste Zeile nach der Formel: es muß natürlich „definierte Funktion ...“ heißen statt „definerte“.

(2016-04-13-22:22)

- (23) S. 59, Beispiel (5): In der definierenden Gleichung muß auf der rechten Seite natürlich zweimal  $d_e$  auftauchen, nicht etwa einmal das hier völlig undefinierte  $d$  ohne Index:

$$d_P(x, y) := d_e(x, P) + d_e(P, y)$$

(2015-09-08-18:26)

- (24) S. 60, dritte Zeile im Beweis von Proposition 2.1.6: hier wurde versehentlich ein Buchstabe **o** statt der Ziffer Null **0** gesetzt. Es soll heißen:

„ $\dots = d(x_0, x) + (\varepsilon - d(x_0, x)) = \varepsilon$ , also ...“.

(2015-09-16-21:47)

- (25) S. 63, dritte Zeile im Beweis von Lemma 2.1.15: Es soll statt „... existiert ein  $\delta_{a,\varepsilon}$  derart, daß **für alle**  $f(U(a, \delta_{a,\varepsilon})) \subseteq U(f(a), \varepsilon)$ .“ einfach nur „existiert ein  $\delta_{a,\varepsilon}$  derart, daß  $f(U(a, \delta_{a,\varepsilon})) \subseteq U(f(a), \varepsilon)$  **gilt**.“ heißen.

(2015-09-16-21:47)

- (26) S. 67, Abschnitt (3): Es sollte heißen „Da  $(\mathbb{R}^R, d)$  ein pseudometrischer ...“ statt „Da  $(X, d)$  ein pseudometrischer ...“.  
(2015-09-21-23:53)
- (27) S. 69, Fußnote 35: Der Punkt am Satzende fehlt.  
(2015-09-17-21:58)
- (28) S. 73, Schlußsatz im Beweis von Punkt 2.2.13(2): Ein Inklusionszeichen steht falschrum, korrekt wäre:  
„Das liefert  $\bigcup_{G \in \tau, G \supseteq A} G \supseteq \text{int}(A)$ .“  
(2015-09-16-21:47)
- (29) S. 78, Beispiele, 2. Stichpunkt: „Gemäß Satz 2.2.20 ist leicht zu sehen, daß ...“ (statt leicht zusehen).  
(2015-06-25-22:28)
- (30) S. 79, 8. beschriebene Zeile von oben:  
Statt  
„Infolge der Abgeschlossenheit von Topologien gegenüber endlichen Vereinigungen kann man ...“  
soll es heißen  
„Infolge der Abgeschlossenheit von Topologien gegenüber endlichen Durchschnitten und beliebigen Vereinigungen kann man ...“  
(2015-09-17-21:58)
- (31) S. 80 Beweis von Lemma 2.2.27: Es sollte Proposition 2.2.10 zitiert werden statt 2.2.14.  
(2015-09-17-21:58)
- (32) S. 83, Beweis von Satz 2.2.37, (2) $\Rightarrow$ (3): Es sollte Proposition 2.2.13(2) zitiert werden statt 2.2.13(7).  
(2015-09-17-21:58)
- (33) S. 86, Absatzbeginn nach dem letzten Stichpunkt von Beispiel 2.2.44: Die Worte „Topologisch relevante“ sollen nicht kursiv gesetzt werden, sondern die sollen weg, weil sie den Sinn des Satzes entstellen.  
(2016-03-17-00:17, rb)
- (34) S.88, Beweis von Lemma 2.2.47,(2) $\Rightarrow$ (1), dritte Zeile: Statt „... nach Proposition 2.2.14(4) sowieso ...“ soll es „... nach Proposition 2.2.14(1) sowieso ...“ heißen.  
(2015-09-17-21:58)
- (35) S. 91, Lösung 1: die zweite Formelzeile ist wirt, da nur an einer Stelle (bei  $d_A$ ) von konkreten Punkten zum Infimum übergegangen wird. Das funktioniert natürlich nicht.

Es sollte insgesamt heißen:

Seien  $x \in X$  und  $\varepsilon > 0$  gegeben. Wir setzen  $\delta := \varepsilon$  und finden

$$\begin{aligned} \forall y \in U(x, \delta) : \forall a \in A & : d(y, a) \leq d(y, x) + d(x, a) \wedge d(x, a) \leq d(y, x) + d(y, a) \\ \forall y \in U(x, \delta) & : \inf_{a \in A} d(y, a) \leq \varepsilon + \inf_{a \in A} d(x, a) \wedge \inf_{a \in A} d(x, a) \leq \varepsilon + \inf_{a \in A} d(y, a) \\ & : d_A(y) \leq \varepsilon + d_A(x) \wedge d_A(x) - \varepsilon \leq d_A(y) \\ & : d_A(x) - \varepsilon \leq d_A(y) \leq d_A(x) + \varepsilon . \end{aligned}$$

Das heißt gerade  $d_A(y) \in U(d_A(x), \varepsilon)$  für alle  $y \in U(x, \delta)$ . Mithin ist  $d_A$  stetig.

(2015-05-01-00:32, rb)

- (36) S. 91, Lösung 3, zweite Zeile im zweiten Absatz: es soll auf Proposition 2.2.14(2) verwiesen werden, nicht auf 2.2.14(9).

(2016-05-09-11:30)

- (37) S. 91, Fußnote 47: Die schließende Klammer am Ende der Zeile gehört da nicht hin.

(2015-09-17-21:58)

- (38) S. 98, Proposition 3.1.9 (1) und (2): Da ist jeweils das Zeichenpaar „ $\rightarrow Y$ “ überflüssig. Es soll heißen:

„(1) ... die Einschränkung  $f|_{A_k}$  stetig ist.

(2) ... die Einschränkung  $f|_{O_j}$  stetig ist.“

(2016-05-25-19:27)

- (39) S. 100, dritte Zeile von unten: Es muß natürlich „... dem jeweiligen Gesamttraum ...“ heißen, nicht „... dem jeweiligen Gesamttraum ...“.

(2015-09-16-21:47)

- (40) S. 102, im Beweis von Proposition 3.1.9 die dritte Zeile von unten: Es muß „Für jedes  $j \in I$  umfaßt ...“ heißen statt „Für jedes  $j \in J$  umfaßt ...“

(2015-10-08-21:37)

- (41) S. 103, zweite Zeile im Lösungsvorschlag 1: Es muß natürlich „Man“ heißen und nicht „Mann“. Das ist mir wirklich peinlich. Ich werde einfach behaupten, daß ich armer Theoretiker auf einer uralten und schlecht entprellten Tastatur tippen mußte ... ;-).

(2016-03-05-23:32)

- (42) S. 103, Lösungsvorschlag 2, zweiter Absatz: An 3 Stellen muß ein  $x$  durch ein  $a$  ersetzt werden:

„Sei umgekehrt  $U \in \tau'$ , d.h.  $\forall a \in U : \exists \varepsilon_a > 0 : \{y \in A \mid d_{|A \times A}(a, y) = d(a, y) < \varepsilon_a\} \subseteq U$ . Dann ist freilich  $O := \bigcup_{a \in U} \{y \in X \mid d(a, y) < \varepsilon_a\}$  als Vereinigung ...“

(2016-03-05-23:32)

- (43) S. 104, Aufgabe 5(2): Es sollte heißen „Sei  $\omega' : X \rightarrow Y, (Y, \sigma)$  ein Paar derart, daß  $\omega'$  surjektiv und mit  $R$  verträglich ist und daß ...“ statt „Sei  $\omega' : X \rightarrow Y, (Y, \sigma)$  ein Paar derart, daß ...“.  
(2015-09-21-23:53)
- (44) S. 104, 6. Zeile im Lösungsvorschlag 6: da ist eine schließende Klammer überflüssig:  
„... Surjektivität von  $f$  freilich  $f(f^{-1}(O)) = O$  (bzw.  $f(f^{-1}(Y \setminus A)) = Y \setminus A$ ) ...“  
reicht  
„... Surjektivität von  $f$  freilich  $f(f^{-1}(O)) = O$  (bzw.  $f(f^{-1}(Y \setminus A)) = Y \setminus A$ ) ...“.  
(2016-03-05-23:32)
- (45) S. 113, 2. Zeile: Da im weiteren Beweisverlauf immer von  $\varphi$  die Rede ist (und nicht von  $\varphi_x$ , sollte es auch zu Beginn einfach nur „... Filter  $\varphi$ , der  $A$  enthält ...“ heißen.  
(2015-06-25-22:28)
- (46) S. 114, 7. Zeile im Beweis von Lemma 4.2.7: ein großes  $X$  sollte klein sein:  
„Projektion  $p_j : \prod_{i \in I} A_i \rightarrow X_j : p_j((x_i)_{i \in I}) := x_j$  sowie ...“  
(2015-09-21-23:53)
- (47) S. 116, Beweis von Lemma 4.3.2, Anfang von Abschnitt „(4) $\Rightarrow$ (1)“: Die zusätzliche Einführung von  $U$  als Teilmenge (gemeint war übrigens *offene* Teilmenge, d.h.  $U \in \dot{x} \cap \tau$ ) von  $U'$  ist unnötig - man kann das erste  $U'$  gleich  $U$  nennen und alles geht eins-zu-eins durch.  
(2015-10-08-21:37)
- (48) S. 116, Beweis von Lemma 4.3.2, 4. Zeile im Abschnitt „(4) $\Rightarrow$ (1)“: Es soll heißen „... Daher muß es zu jedem  $y \in X \setminus U$  eine Menge  $V_y \in \dot{y} \cap \tau$  mit  $x \notin V_y$  geben. ...“  
(2015-09-21-23:53)
- (49) S. 117, Ende der dritten Zeile von unten im Beweis von Lemma 4.3.5.: da fehlt ein „d“. Es muß heißen „da ja **die**“.  
(2016-05-09-11:30)
- (50) S. 117, Definition 4.4.1., dritte Zeile: es sollte  
„... offene **Mengen**  $U_A, U_x \in \tau$  mit ...“  
heißen, nicht **Umgebungen**, denn im Falle  $A = \emptyset$  wäre auch  $U_A = \emptyset$  zulässig, das ist aber keines Punktes Umgebung.  
(2015-09-08-22:37)
- (51) S. 121, 7. Zeile im Beweis von Lemma 4.4.7: wie in (46) sollte ein großes  $X$  eigentlich klein sein:  
„Projektion  $p_j : \prod_{i \in I} A_i \rightarrow X_j : p_j((x_i)_{i \in I}) := x_j$  sowie ...“  
(2015-09-21-23:53)
- (52) S. 124, unmittelbar über Lemma 4.4.13 sollte auf Aufgabe 10 statt auf Aufgabe 9 verwiesen werden.  
(2015-09-21-23:53)

- (53) S. 124, Beweis von Lemma 4.4.13: Es muß heißen  
 „Sind  $A, B$  **disjunkte** abgeschlossene Teilmengen ...“

(2015-09-21-23:53)

- (54) S. 125: In der 5. Zeile des Beweises von Lemma 4.4.14 ist in der Definition der Menge  $Z$  das Zeichen  $\nmid$  für „teilt nicht“ typographisch nicht korrekt dargestellt. Streng genommen, müßte man auch noch die 0, die natürlich in  $Z$  liegen soll, extra hinzufügen. Insgesamt sollte die Sache so aussehen:  
 „... ferner  $Z := \left\{ \frac{n}{2^m} \mid n, m \in \mathbb{N}, 2 \nmid n \right\} \cup \{0\} \subseteq [0, 1]$  die Menge ...“.

Ebenso am Ende der 6. geschriebenen Zeile nach den für  $h$  angegebenen Eigenschaften (1) und (2):

„... mit  $z = \frac{n}{2^m}, 2 \nmid n$  gegeben ...“.

(2015-05-19-17:47, rb)

- (55) S. 128: Am Anfang der Formel am unteren Ende der Seite muß über'm linken Summenzeichen  $\infty$  statt  $n_0$  stehen:

$$\forall o \in O : \left| y_0 - \sum_{k=1}^{\infty} f_k(o) \right| \leq \left| \sum_{k=1}^{n_0} (f_k(x_0) - f_k(o)) \right| + \left| \sum_{k=n_0+1}^{\infty} (f_k(x_0) - f_k(o)) \right|$$

(2015-05-19-17:53, rb)

- (56) S.130: In Fußnote 61 muß es natürlich „Mengen“ statt „**Megen**“ heißen.

(2015-06-04-20:12, rb)

- (57) S. 132, vorletzte Zeile von Lösungsvorschlag 1: Es muß natürlich „Finalität“ heißen statt „**Finialität**“.

(2016-03-05-23:32)

- (58) S. 134: Ganz am Ende des Lösungsvorschlages 11 fehlt eine schließende Klammer nach dem Ausrufezeichen.

(2016-03-05-23:32)

- (59) S. 137, letzte Zeile von Lemma 5.1.3(4): es muß natürlich „ $A_1, \dots, A_n \in \mathfrak{A}$ “ heißen statt „ $A_1, \dots, A_n \subseteq \mathfrak{A}$ “.

(2017-04-11-20:50)

- (60) S.138, Beweis von Proposition 5.1.5: Am Ende der vierten Zeile sollte direkt auf Korollar 5.1.4 verwiesen werden statt auf Lemma 5.1.3. (Außerdem ist am Beginn der zweiten Zeile ein „aber“ überflüssig<sup>1</sup>. [R.B.]

(2015-09-08-22:37)

- (61) S. 139, letzter Satz im Beweis von 5.1.7:  
 Es muß heißen „... folgt, daß eines ...“, also mit **Esszett** geschrieben.

(2015-10-04-23:37)

---

<sup>1</sup>In Wahrheit ist es ein überflüssiges „also“, kein „aber“. Vielen Dank an Fabian Gabel für den Hinweis.

- (62) S. 142, zweite Zeile im Beweis von Lemma 5.1.19: Es muß „Oberultrafilter“ heißen statt „Oberultrafliter“.

(2016-03-05-23:32)

- (63) S. 144, dritte Zeile im Beweis von Lemma 5.1.22: Es muß

$$\mathfrak{B} := \{B_n := \{x_i \mid i \geq n\} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

heißen statt

$$\mathfrak{B} := \{B_i := \{x_i \mid i \geq n\} \mid n \in \mathbb{N}\} .$$

(2016-03-05-23:32)

- (64) S. 146, vierte Zeile im letzten Absatz des Beweises zu Beispiel 5.1.25: Da ein neuer Satz beginnt, muß es „Daher gibt es ...“ heißen statt „daher gibt es ...“.

(2016-03-05-23:32)

- (65) S. 147, drittletzte Zeile im Beweis von Proposition 5.1.26: Ich möchte zwei  $k$ 's gegen  $n$ 's eintauschen, es soll also heißen „... Für  $n > \frac{1}{\varepsilon}$  existiert dann  $x_i^n \in D$  mit ...“.

(2016-03-05-23:32)

- (66) S. 148 Bemerkung (4), dritte Zeile von unten: „Wenn unser gutes altes Axiomensystem widerspruchsfrei ist, dann ...“.

(2016-03-16-21:20)

- (67) S. 149, Fußnote 68: Es soll natürlich nicht „präziserer“ heißen, sondern einfach nur „präziser“.

(2015-09-17-21:58)

- (68) S. 150, 6. Zeile von Fußnote 69: Es ist wiederum ein „teilt nicht“-Zeichen schlecht dargestellt; siehe (54).

(2015-09-21-23:53)

- (69) S. 152, Satz 5.2.6: Es muß heißen „... Für jedes  $i \in I$  sei  $\emptyset \neq R_i \subseteq X_i$  gegeben.“

(2015-06-25-22:28)

- (70) S. 159, Satz 5.3.8.: Es muß „Das Produkt  $\prod_{i \in I} (X_i, \tau_i)$  nichtleerer topologischer Räume ...“ heißen.

(2015-06-25-22:28)

- (71) S. 159, 5. Zeile im Beweis von Satz 5.3.8.: Es muß heißen „...  $U_j \subseteq X_j$  mit  $U_k \subseteq O_k$  für  $k \in I_2$ .“

(2015-06-25-22:28)



(72) S. 159, 8. Zeile im Beweis von Satz 5.3.8.:

$$p_j : \prod_{i \in I} X_i \rightarrow X_j : p_j((x_i)_{i \in I}) := x_j$$

(2015-06-25-22:28)

(73) S. 165, unterhalb von Definition 5.3.21: Es sollte erwähnt werden, daß die *Topologie der punktweisen Konvergenz* auch gerne mal *punktweise Topologie* genannt wird. Aufgefallen ist das anhand von Satz 5.3.49 (2)(a) auf Seite 180. Das Stichwort „punktweise“ dürfte auch ruhig ins Stichwortverzeichnis.

(2015-12-22-19:43)

(74) S. 167, Beginn des Beweises von Lemma 5.3.25:  
Es muß heißen: „Sei also ein Filter  $\mathcal{F}$  auf  $Y^X$  mit ...“.  
Wir schränken  $\mathcal{F}$  ja gerade *nicht* auf  $C(X, Y)$  ein!

(2015-10-04-23:37)

(75) S. 170, 3. Zeile von unten im Beweis von Lemma 5.3.28: die hier zitierte Aussage 5.3.22 ist eigentlich ein **Lemma** und keine **Proposition**.

(2015-10-26-12:39)

(76) S. 172, 4. Zeile von unten im Beweis von Lemma 5.3.33: die hier zitierte Aussage 5.3.22 ist eigentlich ein **Lemma** und keine **Proposition**.

(2015-10-26-12:39)

(77) S. 172, Nachtrag zu 76: das Lemma 5.3.22 hat dort sachlich auch gar nichts zu suchen, allenfalls könnte ein Verweis auf Definition 5.3.30 erfolgen.

(2015-12-16-23:10)

(78) S. 173, vorletzte Zeile im Beweis von Proposition 5.3.35: es muß heißen „... jede offene Umgebung  $O$  von  $f(x)$  ein  $P \in \varphi$  ...“.

(2015-10-26-12:39)

(79) S. 175, 6. Zeile von unten im Beweis von Lemma 5.3.37: da fehlt eine schließende Klammer; es muß heißen „...  $O_i := \text{int}(U_{\frac{\varepsilon}{2}}(f(x_i)))$  für  $i = 1, \dots, n$ . Offenbar gilt ...“.

(2015-10-26-12:39)

(80) S. 177, Formel (5.6): da ist ein  $F$ , wo ein  $f$  sein sollte. Es muß heißen

$$\forall f \in \mathcal{H} : f(x) \in W \Rightarrow f(U) \subseteq V$$

(2016-06-27-19:22, rb)

(81) S. 177, Proposition 5.3.42.: die Formulierung von Teil (1) war ursprünglich mal länger vorgesehen und wurde von mir aus irgendeinem Grund (offenbar etwas ungeschickt) eingedampft. Dort dürfte stattdessen ruhig stehen:

(1) Ist  $\mathcal{H} \subseteq C(X, Y)$  gleichgradig stetig, dann ist  $\mathcal{H}$  gleichstetig, also auch  $\mathfrak{A}$ -gleichstetig für jedes  $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{P}_0(X)$  und somit insbesondere gleichstetig auf jeder Teilmenge  $A \subseteq X$ .

Ein Rudiment davon ist das ansonsten völlig beziehungslose  $\mathfrak{A}$  im Beweis (2. Zeile). Im Beweis müßte nur auf die Forderung  $x_0 \in A$  (3. Zeile) verzichtet werden, dann geht der Rest problemlos durch (es ist ja offenbar gar nicht erforderlich,  $\varphi$  dahingehend einzuschränken, daß darin  $A$  enthalten sein soll).

(2015-12-16-23:10)

(82) S. 177, Beweis von Proposition 5.3.42.(1), 7. Zeile: da fehlt eine schließende Klammer. Es muß heißen:

„ $\forall h \in F \subseteq \mathcal{H} : h(U) \subseteq U_\varepsilon(h(x_0)) \subseteq U_{2\varepsilon}(y)$ “.

(2015-12-16-23:10)

(83) S. 177, Beweis von Proposition 5.3.42.(2), 3. Zeile: da fehlt ein Index  $0$ . Es muß heißen:

„ $f(x_0) \in W_y$ “.

(2015-12-16-23:10)

(84) S. 177, Gleichung (5.6): das letzte  $f$  soll ein kleines sein. Es muß heißen:

„ $\forall f \in \mathcal{H} : f(x) \in W \Rightarrow f(U) \subseteq V$ “.

(2015-12-22-19:43)

(85) S. 178, Lemma 5.3.44: Das Symbol  $\tau_p$  taucht hier zweimal auf:

- Einmal steht es für die punktweise Topologie auf  $C(X, Y)$  (die natürlich die Einschränkung der auf  $Y^X$  definierten punktweisen Topologie ist), die in  $\zeta$  enthalten sein soll.
- Das zweite Mal bezeichnet  $\tau_p$  die punktweise Topologie auf  $Y^X$  (bezüglich derer  $\mathcal{H}$  letztlich abgeschlossen ist).

Das kann für Verwirrung sorgen, sollte aber nicht. Wahrscheinlich wäre hier eine Formulierung ohne dieses Symbol besser, beispielsweise so:

„... Sei  $\zeta$  eine Topologie auf  $C(X, Y)$ , die auf  $C(X, Y)$  stärker als die punktweise ist. ... Dann ist  $\mathcal{H}$  bezüglich punktweiser Topologie abgeschlossen in  $Y^X$ .“

(2015-12-22-19:43)

(86) S. 178, Lemma 5.3.45: Es sollte erwähnt werden, auf welcher Funktionenmenge die Konvergenzen übereinstimmen - nämlich auf  $C(B, Y)$  für jedes kompakte  $B \subseteq X$ .

(2015-12-16-23:10)

(87) S. 178, Beweis von Lemma 5.3.45, 4. Zeile: Es muß heißen

„stetig ist bezüglich  $\tau_B \times \tau_{co}, \sigma$ “.

(2015-12-16-23:10)

- (88) S. 179, 5. Zeile: Großschreibung am Satzanfang nicht beachtet. Es muß heißen „... Umgebung von  $x$  in  $B$ . Nun haben ...“.  
(2015-12-16-23:10)
- (89) S. 179, Beweis von Proposition 5.3.46., 12. Zeile: Es muß heißen „... und  $\mathcal{F}_0$  konvergiert ...“ statt „... und  $\mathcal{F}_0$  konvergiert ...“.  
(2015-12-16-23:10)
- (90) S. 179, allerletzte Zeile: das  $B$  hat da nix zu suchen. Es muß heißen: „...  $A \in \mathcal{F}$  mit  $r_K(A) \subseteq (K, V)_K$  und folglich  $A \subseteq (K, V)_X$ , also  $(K, V)_X \in \mathcal{F}$ .“.  
(2015-12-22-19:43)
- (91) S. 180, Beweis von Satz 5.3.48: die vierte Zeile („Sei nun ...  $q_K(\mathcal{H})$   $\tau_{co}$ -kompakt.“) ist komplett überflüssig. Wäre sie es nicht, müßte übrigens  $r_K$  statt  $q_K$  darin vorkommen.  
(2015-12-22-19:43)
- (92) S. 180, 2 Zeilen über Korollar 5.3.49: Es muß heißen „... auch eine (geringfügig verbesserte) Version ...“.  
(2015-07-07-23:08, rb)
- (93) S. 181: In dem Spruch von Brian Eno unter der Abschnittsüberschrift 5.4 muß es „conversations“ heißen - also mit „s“ am Ende.  
(2015-09-17-21:58)
- (94) S. 183, Aufgabe 14: „Gib ein Beispiel für einen nichtleeren  $T_0$ -Raum ...“.  
(2015-06-25-22:28)
- (95) S. 184 unten / 185 oben, die letzten beiden Sätze im Beweis von Lemma 5.4.3 könnten durch etwas mehr Ausführlichkeit verständlicher werden. Sie könnten also lauten:  
„Zudem haben wir nach Definition von  $f$  dann ja  $f(X_1 \setminus O) = X \setminus O = X \setminus f(O) = X_2 \setminus f(O)$ , was als kompakte Teilmenge des Hausdorff-Raumes  $(X_2, \tau_2)$  in  $X_2$  abgeschlossen ist. Mithin ist  $f(O) = X_2 \setminus (X_2 \setminus f(O))$  offen in  $X_2$ .“  
(2015-06-30-14:27)
- (96) S. 186, 2. Zeile von Abschnitt (3) im Beweis von Lemma 5.4.6: Es soll heißen „... zeigen, daß  $f(O)$  im Sinne der Spurtopologie auf  $f(X) \subseteq \prod_{i \in I} Y_i$  offen ...“.  
(2015-09-26-16:18)
- (97) S. 188: In der Bemerkung über Aufgabe 15 sollte statt auf Lemma 3.1.22 lieber direkt auf Lemma 4.2.7 verwiesen werden.  
(2015-09-08-22:37)
- (98) S. 189, erste abgesetzte Formel im 2. Absatz im Beweis von Teil (1):

$$P : \prod_{g \in C(X, [0,1])} [0, 1]_g \rightarrow \prod_{j \in C(Y, [0,1])} [0, 1]_{j \circ f} : P((k_g)_{g \in C(X, [0,1])}) := (k_{j \circ f})_{j \in C(Y, [0,1])}$$

Es ist im Grunde anhand der linken Seite klar, wo die  $g$ 's herkommen - aber noch klarer und nur wenig unleserlicher wird es natürlich, wenn man den Indexbereich auch am entsprechenden Tupel  $(k_g)$  dazuschreibt.

(2015-09-26-16:18)

- (99) S. 189, Ende der zweiten / Anfang der dritten Zeile nach dem Diagramm: Da ist ein Doppelpunkt überflüssig und ein  $j \circ f$  soll eigentlich ein  $i \circ f$  sein: statt „... und sind  $p_i : \prod_{j \in C(Y, [0,1])} [0, 1]_{j \circ f} \rightarrow [0, 1]_{j \circ f} : p_i((k_{j \circ f})_{j \in C(Y, [0,1])}) := k_{i \circ f}$ , so erhalten ...“

soll es

„... und sind  $p_i : \prod_{j \in C(Y, [0,1])} [0, 1]_{j \circ f} \rightarrow [0, 1]_{i \circ f} : p_i((k_{j \circ f})_{j \in C(Y, [0,1])}) := k_{i \circ f}$ , so erhalten ...“

heißen.

(2015-09-26-16:18)

- (100) S. 197, letzte Zeile im Haupttext: wie auf S. 48 muß es wieder **Korollar** 1.4.3 heißen.

(2015-09-16-21:47)

- (101) S. 202, 5. und 10. Zeile in Definition 5.5.2: es soll jeweils  $\mathfrak{P}_0(X)$  statt  $\mathfrak{P}(X)$  heißen.

(2016-03-16-21:20)

- (102) S. 203, Zeile über Lemma 5.5.5,  
S. 204, erste Zeile,  
S. 207, erste Zeile im Beweis von 5.5.11: gemeint ist jeweils Proposition 2.2.14(7) statt 2.2.14(6).

(2016-03-16-21:20)

- (103) S. 224, 1. Zeile: Es sollte besser auf Korollar 5.1.4 statt auf Lemma 5.1.3 verwiesen werden.

(2015-09-21-23:53)

- (104) S. 226, ab 8. Zeile im 2. Absatz des Lösungsvorschlags 9:  
Es soll heißen:  
„... auch die  $S_i$  nicht **alle** enthalten, dieweil sonst ja auch deren Durchschnitt Element von  $\varphi$  wäre. Suchen wir uns eines der  $S_i$  heraus, **die  $\varphi$  nicht enthält** und nennen es  $S_x$ . **Das können wir ...**“.

(2015-10-04-23:37)

- (105) S. 226, Lösungsvorschlag 11:  
Zu Beginn des 2. Absatzes sollte es heißen „Seien alle  $(X_i, \tau_i)$ ,  $i \in I$ , lokal ...“.  
In der dritten Zeile des 2. Absatzes ist in der Definition der Abbildung  $j_{i_0}$  wiederum ein Copy& Paste-Lapsus passiert:  
statt „ $j_{i_0} : X_{i_0} \rightarrow (x_0, i_0) \in \bigcup_{i \in I} X_i \times \{i\} : j_{i_0}(x) := (x, i_0)$  aufgrund ...“  
muß es natürlich einfach  
„ $j_{i_0} : X_{i_0} \rightarrow \bigcup_{i \in I} X_i \times \{i\} : j_{i_0}(x) := (x, i_0)$  aufgrund ...“

heißen.

(2015-10-04-23:37)

- (106) S. 227, 2. Zeile in Lösungsvorschlag 13 - Großschreibung am Satzanfang: „Dieser Raum ...“

(2015-09-21-23:53)

- (107) S. 227, Lösungsvorschlag 17: In der 3., 4. und 5. Zeile fehlt jeweils einem  $A$  ein Hut. Es muß heißen „... so folgt  $x \notin \omega_{\sim}^{-1}(\hat{A})$  und  $\omega_{\sim}^{-1}(\hat{A})$  ist ja abgeschlossen in  $X$ , also existieren disjunkte offene Umgebungen  $O_x$  von  $x$  und  $O_A$  von  $\omega_{\sim}^{-1}(\hat{A})$ . ... “. Zudem muß in dem Teil zu  $T_{3\frac{1}{2}}$  (ab 10. Zeile) natürlich  $[x] \notin \hat{A}$  vorausgesetzt werden.

(2016-06-28-21:48)

- (108) S. 228, dritte Zeile in Lösungsvorschlag 19: zwei  $G$ 's sollten  $U$ 's sein, es muß also heißen „... für  $U \in \gamma$  aus  $U \cap A \neq \emptyset$  ...“.

(2016-03-16-21:20)

- (109) S. 234, letzter Satz im Beweis von 6.1.14:  
Die Berufung auf Satz 6.1.12 ist unnötig und eher irritierend, da  $Z \subseteq \prod_{i \in I} X_i$  trivialerweise gilt.

(2015-06-30-14:27)

- (110) S. 239 unter Definition 6.3.1: Es sollte statt  
„Die Sätze 6.1.12 bzw. 6.2.8 besagen nun gerade ...“

korrekt heißen:

„Die Resultate 6.1.5 zusammen mit 6.1.9 bzw. 6.2.5 zusammen mit 6.2.9 besagen nun gerade ...“

(2015-09-08-22:37)

- (111) S. 253, 4. Zeile im Beweisteil (2) von Lemma 7.1.2.: es muß „... jedes  $k \in \mathbb{N}^+$  die Existenz ...“ heißen.

(2016-05-09-11:30)

- (112) S. 254, 8. Zeile: Die Bemerkung „Da eine Uniformität ein Filter ist, liegt es nahe, eine Basis dieses Filters als *Basis der Uniformität* zu bezeichnen.“ sollte besser bereits unmittelbar vor Lemma 7.1.2. auf Seite 253 stehen.

(2016-04-13-22:22)

- (113) S. 256, dritte Zeile im Beweis von Lemma 7.2.3 - da ist eine schließende eckige Klammer überflüssig, die kann weg:  $[\mathfrak{B}_x] \ni \underline{U}(x)$ .

(2016-03-16-21:20)

- (114) S. 256, 3. Zeile im Beweis von Lemma 7.2.3.: Es ist unnötig, hier explizit das  $S \in \mathcal{U}$  heranzuziehen, denn Lemma 7.2.2. sichert bereits unmittelbar  $x \in \text{int}(R(x)) \subseteq$

$R(x)$ .

(2016-04-13-22:22)

- (115) S. 256, Fußnote 120: Wenn da steht, daß wir mit  $\varphi \times \varphi$  *wieder* den von der Basis  $\{P \times P \mid P \in \varphi\}$ , nennen wir sie  $\mathfrak{B}_1$ , erzeugten Filter meinen, dann bezieht sich das „wieder“ auf Definition 1.4.15, obwohl diese es zunächst nahelegen würde, die Basis  $\{Q \times R \mid Q, R \in \varphi\}$  heranzuziehen, nennen wir sie  $\mathfrak{B}_2$ . Man macht sich aber (hoffentlich) leicht klar, daß trivialerweise  $\mathfrak{B}_1 \subseteq \mathfrak{B}_2$ , also  $[\mathfrak{B}_1] \subseteq [\mathfrak{B}_2]$  gilt - und weil wir für beliebige  $Q, R \in \varphi$  auch  $P := Q \cap R \in \varphi$  haben, auch sofort  $[\mathfrak{B}_1] \supseteq [\mathfrak{B}_2]$  folgt.

(2016-03-16-21:20)

- (116) S. 257, 2./3. Zeile im Beweis von Lemma 7.2.7.: Es soll auf Lemma 7.2.3. statt auf Korollar 7.2.4. verwiesen werden.

(2016-05-09-11:30)

- (117) S. 257, 7. Zeile im Beweis von Lemma 7.2.7.: Großschreibung am Satzanfang - es muß heißen „Das liefert nun aber ...“.

(2016-05-30-13:22)

- (118) S. 260, 4. Zeile in Lemma 7.4.2.: Es muß heißen „... erzeugte Filter  $\mathcal{U}$  auf  $X \times X$  die initiale ...“.

(2016-04-13-22:22)

- (119) S. 261, 6. Zeile: da fehlt dreimal  $^{-1}$ . Es muß heißen „ $(f_{i_k}^{\times 2})^{-1}(S_{i_k}) \circ (f_{i_k}^{\times 2})^{-1}(S_{i_k}) \subseteq (f_{i_k}^{\times 2})^{-1}(R_{i_k})$ “.

(2016-05-09-11:30)

- (120) S. 262, dritte und vierte Zeile von unten: zweimal „daß“ falsch: das in der vierten Zeile von unten muß wegen Sinnentstellung ganz weg und das in der dritten Zeile von unten muß eigentlich ein „das“ sein.

(2016-05-09-11:30)

- (121) S. 264, 3. Zeile im Beweis von Lemma 7.5.3.: Großschreibung am Satzanfang und Leerzeichen zwischen Punkt und neuem Satz - es muß heißen „...  $\supseteq \mathcal{U}_i$ . Das bedeutet ...“.

(2016-05-30-13:22)

- (122) S. 265, 4. Zeile im Beweis von Proposition 7.5.6.: Da fehlt zweimal ein Index am  $R$ , es muß heißen „... mit  $R_1 = R_1^{-1}$  und ...“

(2016-05-30-13:22)

- (123) S. 266, letzte Zeile im Beweis von Proposition 7.5.6.: Großschreibung am Satzanfang - es muß heißen „Dies für alle ...“.

(2016-05-30-13:22)

- (124) S. 266, vorletzte Zeile: der Einheitlichkeit wegen sollte es „Cauchy-Filter“ statt „Cauchyfilter“ heißen.

(2016-03-16-21:20)

- (125) S. 267, Beweis von Korollar 7.5.11.: Das in Rede stehende  $\mathfrak{C}$  ist eine **Basis** des Umgebungsfilters, nicht gleich der Umgebungsfilter selbst.

(2016-05-30-13:22)

- (126) S. 267, 3. Zeile im Beweis von Lemma 7.5.13.: Es muß heißen „... Mengen, deren **Durchschnitte** mit ...“.

(2016-05-30-13:22)

- (127) S. 268, 4. Zeile im Beweis von Satz 7.5.14.: Es sollte erwähnt werden, woher in der nächsten Zeile das  $V$  kommt. Statt nur „und“ sollte in der 4. Zeile also besser stehen „und **für alle**  $V \in \mathcal{U}$ “.

(2016-05-30-13:22)

- (128) S. 269, 8./9. Zeile: Lemma 7.4.2 liefert unmittelbar nur, daß  $\mathfrak{B}$  eine **Subbasis** der initialen Uniformität ist. Das würde hier auch völlig ausreichen. Allerdings handelt es sich tatsächlich um eine **Basis**, da wir es nur mit *einer* Abbildung (nämlich  $r_X \times r_X$ ) zu tun haben und nicht wie in Lemma 7.4.2 mit einer Klasse von Abbildungen  $(f_i \times f_i)_{i \in I}$ .

(2016-05-30-13:22)

- (129) S. 270, erste Zeile von Formel (7.16): Da muß ein  $\cup$  durch ein  $\times$  ersetzt werden:

$$(r_X(A) \cup \{\alpha\}) \times (r_X(A) \cup \{\alpha\}) = r_X(A)^{\times 2} \cup (r_X(A) \times \{\alpha\}) \cup (\{\alpha\} \times r_X(A)) \cup \{(\alpha, \alpha)\}$$

(2016-05-30-13:22)

- (130) S. 270, vorletzter Absatz: Da ist ein „ein“ überflüssig, statt „**ein** zunächst ein“ muß es heißen „zunächst ein“.

Zwei Zeilen darunter sollte es „Cauchy-Filter“ heißen statt „Cauchyfilter“.

(2016-05-30-13:22)

- (131) S. 270, 3./4. Zeile im vorletzten Absatz: Da geht mit den Filtern und Abbildungen etwas durcheinander. Es muß heißen

„Dann existiert nach Lemma 7.5.10 ein minimaler Cauchy-Filter  $\varphi_0$  **auf**  $X$  mit  $\varphi_0 \subseteq [r_X^{-1}(\varphi)]_{\mathfrak{F}(X)}$ . Wegen (7.17) gilt dann  $\varphi \supseteq r_X(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 \in \hat{X}$  (**beachte, daß wegen**  $r_X(X) \in \varphi$  **hier**  $\varphi = r_X(r_X^{-1}(\varphi))$  **gilt**).“.

(2016-05-30-13:22)

- (132) S. 271, 7. Zeile: Da fehlen Klammern und ein „e“, es soll heißen „Nun noch zur Eindeutigkeit (bis auf Isomorphie): Sei  $(r_Z, (Z, \mathcal{R}))$  ein weiteres Paar ...“.

(2016-05-30-13:22)

- (133) S. 271: das letzte Wort in Definition 7.5.15 soll natürlich „Abbildung“ heißen und nicht „Anbbildung“.  
(2016-03-16-21:20)
- (134) S. 272, zweite Zeile im Beweis von Lemma 7.6.4: der Einheitlichkeit wegen sollte es „Cauchy-Filter“ statt „Cauchyfilter“ heißen.  
(2016-03-16-21:20)
- (135) S. 274, vorletzte Zeile im Lösungsvorschlag 2: Da fehlt eine schließende Klammer: „...  $\in W$  als auch  $(f(x_k), f(b)) \in W$ , woraus ...“.  
(2016-04-13-22:22)
- (136) S. 290, 3. Zeile: Es ist natürlich Lemma 5.3.22 gemeint, kein Lemme.  
(2015-06-27-18:42, rb)
- (137) S. 303: Beim Stichpunkt *Konvergenz* |- *von Folgen* sollte die Seite 89 mit aufgeführt werden, wo ziemlich kurz & bündig die Konvergenz von Folgen in topologischen Räumen als Spezialfall der Konvergenz von Netzen definiert wird.<sup>2</sup>  
Das ist eine sehr unprominente Stelle, im Grunde wirkt es fast wie darauf angelegt, daß man es nicht findet ... Es ist mir im ganzen Kurs ja auch sehr daran gelegen, von dem Gedanken an *Folgenkonvergenz weg* zu kommen, daher möchte ich sie auch nicht zu stark betonen. In einer eventuellen Neuauflage sollte eine Erläuterung aber wohl dennoch expliziter und außerhalb des Netze-Abschnittes Platz finden.  
(2015-09-26-16:18)

Ich danke herzlich den freundlich hinweisenden Entdeckern & Entdeckerinnen

- *Sebastian Bechtel* von der TU Darmstadt für ( 29, 45, 50, 60, 69, 70, 71, 72, 94, 97 und 110),
- *Florian Ebert* von der TU Darmstadt für ( 23),
- *Fabian Gabel* von der TU Darmstadt für ( 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 57, 58, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 95, 96, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 108, 109, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135 und 137) ,
- *Tobias Land* für ( 2 ),
- *Felix Jordan* von der TU Darmstadt für ( 6 ),
- *Sybille Benčina* von der TU Darmstadt für ( 38 ),
- *Klaus Kreß* von der TU Darmstadt für ( 107 ),

---

<sup>2</sup>Es sollte also auch der Unterpunkt *Konvergenz* |- *von Netzen* mit aufgenommen werden.



- *Jonas Tibke* von der TU Darmstadt für( 59 ).



René Bartsch  
Darmstadt, 11. April 2017